

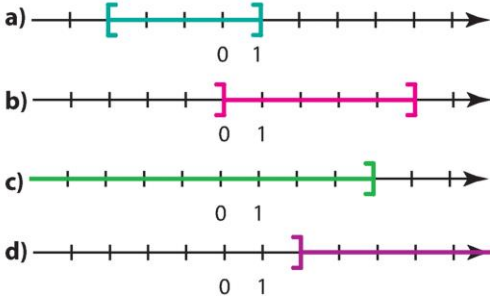
# Inégalités et intervalles

## Fiche d'exercices

(Sésamath page 78)

### • Intervalles

**30** On considère des droites graduées sur lesquelles on a marqué des ensembles de nombres. Donner l'intervalle correspondant.



**31** Représenter sur une droite graduée et décrire, à l'aide d'un intervalle, chacun des ensembles de nombres réels  $x$  tels que :

- a)  $0 \leq x \leq 3$       b)  $-2 < x < 1$   
 c)  $x \leq 9$             d)  $x > -3,5$

**32** Représenter sur une droite graduée chacun des intervalles suivants.

- a)  $]1; 6]$                 b)  $[-0,5; 3,2]$   
 c)  $]-\infty; 2]$             d)  $[0; +\infty[$

**33** Écrire les inégalités vérifiées par les réels  $x$  pour chacun des cas suivants.

- a)  $x \in [0; 1,2]$       b)  $x \in \left] -\frac{5}{3}; 3 \right]$   
 c)  $x \in [4,73; +\infty[$       d)  $x \in ]-\infty; 0]$

**34** Recopier et compléter par  $\in$  et  $\notin$ .

- a)  $1,4 \dots [0; 7]$       b)  $-\pi \dots ]-3; -1[$   
 c)  $6 \dots \left[ \frac{7}{3}; +\infty \right[$       d)  $-3 \dots ]-\infty; -3,5[$

**36** Soit  $I = [-6; 8]$  et  $J = ]2; 100[$ .

Dire si chacun des nombres suivants appartient à  $I$ , à  $J$ , à  $I \cap J$ , à  $I \cup J$ .

- a)  $-10$       b)  $-6$       c)  $-0,5$       d)  $2$   
 e)  $8,1$       f)  $99,9$       g)  $1\ 000$       h)  $0$

**37** Déterminer l'intersection et la réunion des intervalles suivants.

- a)  $[20; 25[$  et  $[14; 21[$       b)  $]-\infty; 7,5]$  et  $[10; 22]$   
 c)  $]-1; +\infty[$  et  $]-\infty; 1[$       d)  $]0; 1]$  et  $[0,5; 0,7]$

**38** Simplifier, lorsque c'est possible, l'écriture des ensembles suivants.

- a)  $[-1; 3,5] \cap [1,7; 7]$       b)  $]-\infty; -\pi] \cup [-3\pi; \pi[$   
 c)  $[-7,1; 2] \cap [2; +\infty[$       d)  $[-5; 0] \cup [3; +\infty[$

### • Inégalités

**39** Soit  $x$  un réel tel que  $x \leq 1\ 000$ .

Que peut-on en déduire pour :

- a)  $1,5x$ ?      b)  $\frac{x}{50}$ ?      c)  $-\frac{1}{10}x$ ?      d)  $x - 30$ ?

**40** Soit  $m \in ]-\infty; 4]$ . Que peut-on en déduire pour  $3m$  et  $2m - 1$ ?

**41** Soit  $x$  un nombre réel tel que  $2 \leq x \leq 4$ .

Donner un encadrement des expressions suivantes.

- a)  $x - 10$       b)  $1,5x$       c)  $x + 15$       d)  $-4x$

**42** Soit  $a$  un nombre réel tel que  $-3 \leq a \leq 1,5$ .

Donner un encadrement des expressions suivantes.

- a)  $a + 5$       b)  $2a$       c)  $\frac{a}{3}$   
 d)  $2a - 8$       e)  $-4a + 1$       f)  $\frac{a+3}{2}$

**43** Soit  $t$  un nombre réel tel que  $3 < t$ .

Que peut-on dire du résultat des expressions suivantes ?

- a)  $2t + 1$       b)  $-3t$       c)  $-\frac{t}{2}$       d)  $6 - t$

**44** On sait que  $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ .

Sans calculatrice, donner un encadrement des nombres suivants.

- a)  $2\sqrt{2}$       b)  $\sqrt{2} - 0,5$       c)  $\sqrt{2} + 3$       d)  $5 - 2\sqrt{2}$

**45** 1. Marco affirme qu'il a une somme  $S$  entre 100 et 160 euros sur un compte en banque.

Ses parents rajoutent 30 euros sur ce compte. Que peut-il affirmer maintenant ?

2. Marco dépense 80 euros pour acheter un vélo d'occasion. Que peut-il dire de la somme restant sur son compte ?



### • Inéquations du premier degré

**46** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

- a)  $x - 7 = 4$       b)  $2x = 13$       c)  $9 - x = 5$       d)  $4x = 0$

**47** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

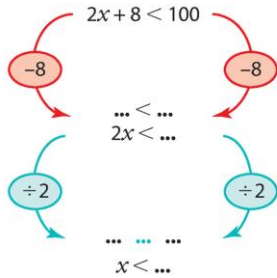
- a)  $3x + 5 = 4x - 7$       b)  $2x - 9 = 8x + 3$   
 c)  $-2x + 3 = 3x - 1$       d)  $5 - 2x = x$   
 e)  $1 + \frac{3}{10}x = 4 - \frac{2}{5}x$       f)  $x^2 + 3x - 2 = 7x + 4 + x^2$

**48** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

- a)  $4x - 5 = 9x + 4$       b)  $\frac{5}{4}x = \frac{25}{16}$   
 c)  $x^2 + 3 - x = x^2 + 10x - 7$       d)  $5x = 5(x - 2) + 3$   
 e)  $\frac{1}{2} + 4x = 5 - \frac{6}{7}x$       f)  $(x - 7)^2 = (x + 4)^2$

## • Inéquations du premier degré

**49** Recopier et compléter la résolution de l'inéquation  $2x + 8 < 100$ .



**50** On considère l'inéquation  $-4x - 40 > 60$  d'inconnue réelle  $x$ .

En écrivant les opérations effectuées à chaque étape sur les deux membres, résoudre cette inéquation.

**Coup de pouce** On peut utiliser la méthode employée dans l'exercice précédent.

**51** Même exercice que le précédent pour les inéquations suivantes.

a)  $4x + 5 \leq -x + 100$                       b)  $x - 10 \leq 4x + 23$

**52** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes et donner l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle.

a)  $2x + 2 \leq 10$                               b)  $4x + 5 < -25$   
c)  $-2x + 6 \leq 0$                               d)  $-3x - 7 \geq 101$

**53** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes.

a)  $3x + 2 \leq x - 14$                           b)  $-2x - 5 > 4x + 31$   
c)  $9x + 19 \leq -x + 51$                       d)  $-3x + 5 < -x + 17$

**54** Donner, sous forme d'intervalle, l'ensemble des solutions des inéquations suivantes.

a)  $2(x + 1) - 7x > 5 - x$                       b)  $4x + 5 \leq 3(x - 1) + 3$   
c)  $3(x + 4) > 0$                               d)  $\frac{x - 5}{2} \leq 0$

## • Comparaison

**55** Soit les expressions  $A = 45 + 5x$  et  $B = 1\,000 - 5x$ . Comment faut-il choisir  $x$  pour que le résultat de  $A$  soit supérieur au résultat de  $B$  ?

**56** Comparer les expressions  $5 + 2x$  et  $x + 9$  pour tout nombre réel  $x$ .

**57** Comparer  $9 + \frac{1}{2}x$  et  $1$  pour tout nombre réel  $x$ .

**58** Comparer  $A = -6x + 150$  et  $0$  pour tout nombre réel  $x$ .

## • Modélisation

**61** Yanis veut délimiter une parcelle rectangulaire de pelouse avec des bordures en bois. Il a les contraintes suivantes.

- La longueur est de 5 mètres plus grande que la largeur.
- Yanis dispose de 120 mètres de bordures au maximum et souhaite trouver toutes les largeurs possibles. Modéliser ce problème par une inéquation.

**62** Assia a acheté des graines de carottes à 2,90 euros pour les semer dans son jardin. Elle compte revendre quelques kilos de carottes à ses amis au prix de 1,50 euros le kilo. Elle cherche à connaître le nombre de kilos qu'elle doit vendre pour faire un bénéfice de 25 euros.



1. En notant  $x$  le nombre de kilos de carottes à vendre, modéliser le problème par une inéquation.
2. Résoudre le problème.

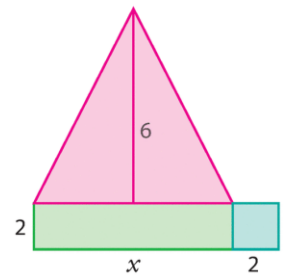
**63** Rémi a gagné au loto : il a le choix entre deux lots :

- une somme de 100 000 euros puis 1 400 euros par mois à vie.
- une somme de 5 000 euros puis 2 000 euros par mois à vie. Il cherche à savoir au bout de combien de mois écoulés la deuxième offre devient plus intéressante.

1. En notant  $x$  le nombre de mois, modéliser le problème par une inéquation.
2. Résoudre le problème.

**64** On considère la figure ci-contre.

Les longueurs sont en cm. On souhaite que l'aire de cette figure dépasse  $50 \text{ cm}^2$ . Modéliser ce problème par une inéquation puis le résoudre.



## • Valeurs absolues

**65** Calculer.

a)  $|-4|$                                       b)  $|3,8|$                                       c)  $\left| -\frac{100}{3} \right|$   
d)  $|5 - 6|$                                       e)  $|\sqrt{17} - 2|$                                       f)  $|2 - \sqrt{17}|$

**66** Sans calculatrice, simplifier :  ~~$\frac{1}{2}$~~

a)  $|4| + |-3|$                                       b)  $|1,2| - |-1,2|$   
c)  $\frac{|5 - 8| - 3}{2}$                                       d)  $2|4 - 10| + |7 - 5|$

- 67** 1. a) Sur une droite graduée, placer les nombres 5 et  $\frac{1}{3}$ .  
b) Calculer la distance entre 5 et  $\frac{1}{3}$ .  
2. Reprendre la question 1. avec 3 et  $-\frac{4}{5}$ .  
3. Reprendre la question 1. avec  $-1$  et  $-\frac{4}{5}$ .

**68** À l'aide d'une valeur absolue, écrire la distance entre :

a)  $\frac{125}{3}$  et 2                                      b)  $\sqrt{2}$  et 5  
c)  $-5$  et  $\frac{12}{5}$                                       d)  $\pi$  et 4

**69** Sans calculatrice, simplifier :  ~~$\frac{1}{2}$~~

a)  $|5 - \pi|$                                       b)  $\left| 8 - \frac{2}{3} \right|$                                       c)  $\left| 2 - \frac{9}{2} \right|$   
d)  $|-1 - 8|$                                       e)  $|-5 - \pi|$                                       f)  $\left| \frac{1}{2} + 6 \right|$