

# Résolution graphique d'équations et d'inéquations

## Méthodes

### Résoudre graphiquement une équation

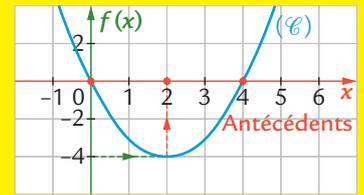
Soit  $f$  et  $g$  deux fonctions définies sur une partie  $D$  de  $\mathbb{R}$  et  $(\mathcal{C})$  et  $(\mathcal{C}')$  leurs courbes représentatives. Soit  $k$  un nombre réel.

- Résoudre graphiquement dans  $D$  l'équation  $f(x) = k$  revient à déterminer dans  $D$  les antécédents de  $k$  par  $f$ , c'est-à-dire les **abscisses** des points de la courbe  $(\mathcal{C})$  d'ordonnée égale à  $k$ .

#### Cas particuliers :

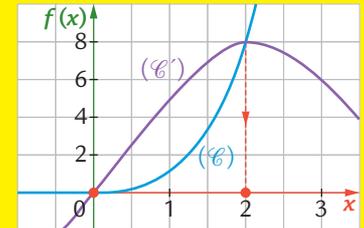
Les solutions dans  $D$  de l'équation  $f(x) = 0$  sont les antécédents de 0 par la fonction  $f$ , c'est-à-dire les **abscisses** des points d'intersection de la courbe  $(\mathcal{C})$  avec **l'axe des abscisses**.

- Résoudre graphiquement dans  $D$  l'équation  $f(x) = g(x)$  revient à déterminer dans  $D$  les **abscisses** des points d'intersection des deux courbes  $(\mathcal{C})$  et  $(\mathcal{C}')$ .



L'équation  $f(x) = -4$  admet une seule solution :  $x = 2$ .

L'équation  $f(x) = 0$  admet deux solutions :  $x = 0$  et  $x = 4$ .



L'équation  $f(x) = g(x)$  admet deux solutions :  $x = 0$  et  $x = 2$ .

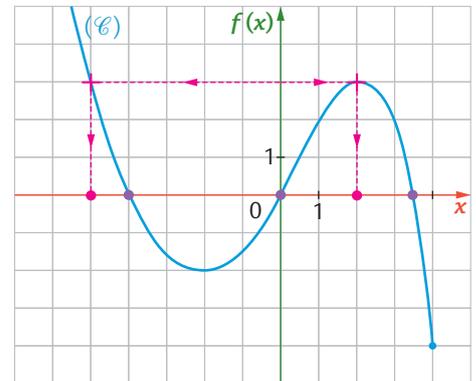
## Maîtriser les méthodes

**1** Soit  $f$  la fonction définie sur  $]-\infty ; 4]$  dont la courbe représentative  $(\mathcal{C})$  est donnée ci-contre.

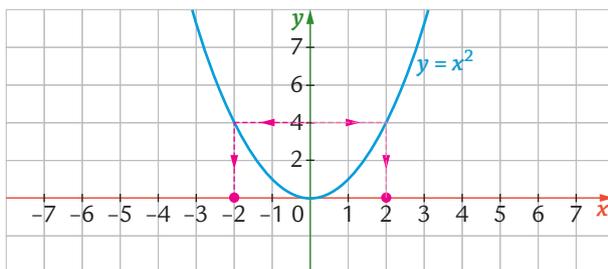
**1. a.** Pour résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = 3$ , on place, sur la courbe  $(\mathcal{C})$ , les points d'ordonnée 3 et on lit les **abscisses** de ces points.

**b.** Recopier ici l'ensemble  $S$  des solutions :  $S = \{-5 ; 2\}$ .

**2.** De quelle équation les abscisses des points violets sont-elles les solutions ? **Ce sont les solutions de l'équation  $f(x) = 0$ .**



**2** Résoudre graphiquement, en utilisant la courbe ci-dessous, l'équation  $x^2 = 4$ .

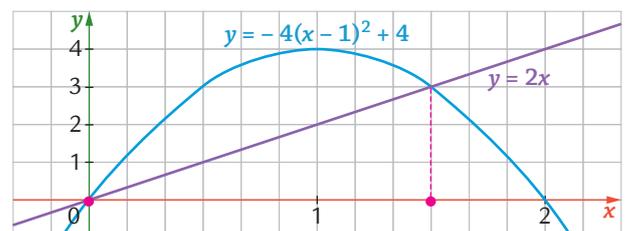


L'ensemble  $S$  des solutions de l'équation est :

$S = \{-2 ; 2\}$

**3** Résoudre graphiquement l'équation :  $-4(x - 1)^2 + 4 = 2x$ .

On lit les **abscisses** des points d'intersection des deux courbes.



L'ensemble  $S$  des solutions de l'équation est :

$S = \{0 ; 1,5\}$

## Méthodes

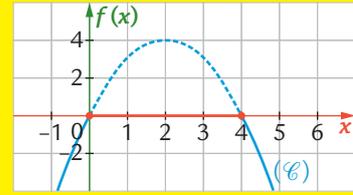
### Résoudre graphiquement une inéquation

- Résoudre graphiquement dans  $D$  l'inéquation  $f(x) \geq g(x)$  (resp.  $f(x) \leq g(x)$ ) revient à déterminer dans  $D$  les **abscisses** des points pour lesquels la courbe représentative de la fonction  $f$  est située au-dessus (resp. au-dessous) de la courbe représentative de la fonction  $g$ .

#### Cas particuliers :

Les solutions dans  $D$  de l'inéquation  $f(x) \geq 0$  (resp.  $f(x) \leq 0$ ) sont les **abscisses** des points pour lesquels la courbe représentative de la fonction  $f$  est située **au-dessus** (resp. au-dessous) de **l'axe des abscisses**.

On détermine ainsi graphiquement le signe de la fonction  $f$  sur  $D$ .



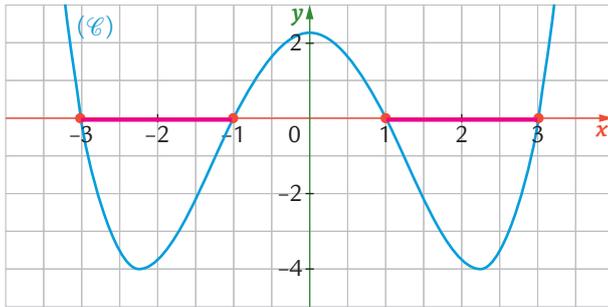
L'inéquation  $f(x) \geq 0$  a pour ensemble de solutions l'intervalle  $[0 ; 4]$ .

Signe de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$  :

$x$	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

## Appliquer

- 4 Soit  $f$  la fonction dont la courbe représentative ( $\mathcal{C}$ ) est donnée ci-dessous :



- Donner l'équation dont les abscisses des points marqués en rouge sur le graphique ci-dessus sont solutions :  $f(x) = 0$ .....
- Représenter en rouge l'ensemble  $S$  des solutions de l'inéquation  $f(x) \leq 0$  :  $S = [-3 ; -1] \cup [1 ; 3]$ .....
- Compléter le tableau suivant :

$x$	$-\infty$	-3	-1	1	3	$+\infty$			
Signe de $f(x)$	+	0	-	0	+	0	-	0	+

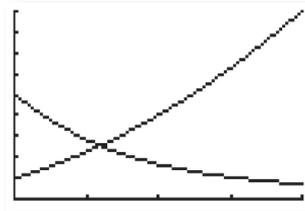
- 5 Soit  $f$  et  $g$  les fonctions définies sur l'intervalle  $[0 ; 2]$  par :

$$f(x) = \frac{5}{x^2 + x + 1} \quad \text{et} \quad g(x) = (x + 1)^2.$$

À l'aide de la calculatrice, on veut déterminer les solutions de l'équation  $f(x) = g(x)$  sur l'intervalle  $[0 ; 2]$ .

- Entrer l'expression de  $f(x)$  en **Y1** et celle de  $g(x)$  en **Y2**.
- En consultant le tableau de valeurs, régler convenablement la fenêtre.
- Tracer les courbes sur l'écran de la calculatrice, puis lire l'abscisse du point d'intersection des deux courbes.

→ Aide



- D'après l'affichage de la calculatrice, la solution, arrondie au dixième, de l'équation  $f(x) = g(x)$  est **0,6**.....

## Aide

### Exercice 5

TI 82 Stats.fr, 83

2nde **calcul trace** 5 : Intersec

Le curseur pointe la courbe de **Y1**. Appuyer sur **entrer**. Il pointe alors la courbe de **Y2**. Appuyer sur **entrer**, puis choisir la valeur initiale et appuyer de nouveau sur **entrer**. La calculatrice affiche les coordonnées du point d'intersection.

Pour résoudre une équation de la forme  $f(x) = 0$ , entrer l'expression de  $f(x)$  en **Y1**, entrer 0 en

Casio 35+

**SHIFT** **F5** (G.Solv) **ISCT** **EXE**

Le curseur se place sur le point d'intersection, puis la calculatrice affiche les coordonnées du point d'intersection.